**PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**

**UNIVERSIDAD DE BALEARES**

**SEPTIEMBRE - 2009**

MATEMÁTICAS II                Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Contesta de manera clara y razonada una de las dos opciones propuestas. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene de dividir el total entre 4.
Se valorará la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático o no matemático) utilizado por el alumno. Penalizan los errores de cálculo. Los errores graves, y especialmente, aquellos que lleven a resultados incoherentes o absurdos, serán penalizados con la aplicación del 50 % sobre la calificación en cuestión. Se valorarán todas las partes que sean correctas, aunque el resultado final no lo sea.

OPCIÓN A

1º) Demuestra que las matrices X reales, 2x2, tales que $X \cdot X^T = I$ son precisamente las que tienen la forma $\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ o bien $\begin{pmatrix} x & y \\ y & -x \end{pmatrix}$, con $x^2 + y^2 = 1$.
($X^T$ indica la matriz traspuesta de X e I indica la matriz identidad).

2º) Estudia la posición relativa de los siguientes planos, según los valores de m: $\pi_1 \equiv x + y = 1$, $\pi_2 \equiv my + z = 0$ y $\pi_3 \equiv x + (1+m)y + mz = m + 1$.

3º) Se considera la función $f(x) = \sqrt{1 + x + x^2}$. Se pide:

a ) Determinar los extremos relativos.

b ) Calcular $\lim_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f'(x)$ y $\lim_{x \to -\infty} f'(x)$.

4º) Utilizando los teoremas de Bolzano y Rolle, demostrar que la ecuación $x^2 = x\,sen\;x + \cos\;x$ tiene exactamente dos soluciones en el intervalo $[-\pi,\ \pi]$.

**********

OPCIÓN B

1º) Determinar el rango de la matriz real $A=\begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix}$, según los valores de a. Resolver el sistema $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ en el caso de a = 0.

2º) Sea r la intersección de los planos $\begin{cases} \pi_1 \equiv ax+by+cz+d=0 \\ \pi_2 \equiv a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$. Se considera la familia de planos de la forma $\beta \equiv ax+by+cz+d+k(a'x+b'y+c'z+d')=0$, donde k es un parámetro real. Se pide:

a ) Demostrar que la recta r está contenida en todos los planos de la familia β.

b ) Calcular el plano de la familia $\gamma \equiv 2x-y+z+1+k(x+y+z-2)=0$ que se encuentre a una unidad de distancia del origen de coordenadas.

3º) Calcular los puntos de la curva $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ en los cuales la pendiente de la recta tangente es 1.

4º) Dada la función $f(x)=\begin{cases} 0 & si \quad x=0 \\ x\,L\,x & si \quad x>0 \end{cases}$ $(L\,x=\log_e x)$, se pide:

a ) Estudiar la continuidad.

b ) Calcular el área de la región limitada por la curva y = f(x) y las rectas y = 0, x = k, $x=1$, donde k es la abscisa del mínimo de la función. Hacer un dibuja de la región.

**********